

## НАЗВА КУРСУ

**Вища математика. Частина 2. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння**

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

**Рівень вищої освіти** *Перший (бакалаврський)*

<b>Галузь знань</b>	<i>17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації</i>					
<b>Спеціальність</b>	<i>174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка</i>					
<b>Освітня програма</b>	<i>Технічні та програмні засоби автоматизації</i>					
<b>Статус дисципліни</b>	<i>Нормативна</i>					
<b>Форма навчання</b>	<i>очна(денна)</i>					
<b>Рік підготовки, семестр</b>	<i>1 курс, весняний семестр</i>					
<b>Обсяг дисципліни</b>	<i>210/ 7 кредитів</i>					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	СРС
	<b>Години</b>	<b>54</b>	<b>54</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>102</b>
<b>Семестровий контроль/ контрольні заходи</b>	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РГР, РР, ГР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	0	1	0
<b>Розклад занять</b>	<i>На сайті університету, також сайті ІХФ</i>					
<b>Мова викладання</b>	Українська					
<b>Інформація про керівника курсу / викладачів</b>	<p>Лектор: Борисенко Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук  <a href="mailto:oborisenko1373@gmail.com">oborisenko1373@gmail.com</a>  <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/bov114">https://intellect.kpi.ua/profile/bov114</a>                      ORCID: <a href="http://orcid.org/0000-0002-2099-2911">http://orcid.org/0000-0002-2099-2911</a></p> <p>Практичні: Борисенко Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук  <a href="mailto:oborisenko1373@gmail.com">oborisenko1373@gmail.com</a>  <a href="https://intellect.kpi.ua/profile/bov114">https://intellect.kpi.ua/profile/bov114</a></p>					

	<p>Практичні:</p> <p>Дюженкова Ольга Юріївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук  <a href="mailto:olgaduzen@gmail.com">olgaduzen@gmail.com</a>  ORCID: <a href="https://orcid.org/0000-0002-8146-0134">https://orcid.org/0000-0002-8146-0134</a></p>
<b>Розміщення курсу</b>	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці, кампус.

### **Програма навчальної дисципліни**

#### **Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання**

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, під час професійної діяльності у галузі автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологіях та робототехніки або у процесі навчання; використовувати методи математичного аналізу в інженерних розрахунках.

Програмні компетентності:

#### **Загальні компетентності (ЗК)**

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення.

ЗК2 Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

ЗК3 Здатність застосовувати методи системного аналізу, математичного моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій .

#### **Програмні результати навчання (РН)**

РН1 Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

РН2 Вміти застосовувати методи системного аналізу, моделювання, ідентифікації та числові методи для розроблення математичних та імітаційних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій .

#### **Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Викладається в другому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти. У структурно-логічній схемі програми підготовки з даного напрямку навчальна дисципліна «Вища математика» передує та забезпечує наступні навчальні дисципліни: Фізика, Хімія,

Інженерна та комп'ютерна графіка, Математичні методи в задачах автоматизації, Теорія автоматичного керування, Комп'ютерне моделювання процесів і систем, Робототехніка.

### **Зміст навчальної дисципліни**

1. *Диференціальне числення функції багатьох змінних.* Границі, частинні похідні та диференціальні функції багатьох змінних. Екстремуми функції двох змінних.
2. *Інтегральне числення функції однієї змінної.* Комплексні числа. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування. Визначений інтеграл. Невласні інтеграли. Застосування визначеного інтеграла.
3. *Звичайні диференціальні рівняння.* Диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь.

### **Навчальні матеріали та ресурси**

#### **Основна література**

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.
2. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
3. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 2. – 400 с.
4. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.
5. В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [ Ч.1 ]. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі / - К.: Книги України ЛТД, 2009. - 578 с.
6. Герасимчук, В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [ Ч.2 ]. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. - К. : Книги України ЛТД, 2010. – 470.
7. Авдєєва Т.В. Інтегральне числення функції однієї змінної. Навчальний посібник [Електронний ресурс] /КІП ім. Ігоря Сікорського; Т.В. Авдєєва, О.Ю.Дюженкова, В.В. Листопадова. – Київ : КІП ім. Ігоря Сікорського , 2023. – 151 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/56440>

#### **Додаткова література**

1. ШкільМ.І., Колесник Т.В. Вища математика. - К.: Вища школа, 1986. – 512 с.
2. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
3. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник / В.Ю.Клепко, В.Л. Голець. – К.: Центр навчальної літератури, 2017. – 594 с
4. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.

**Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

**5.1. Дидактичні матеріали:**

На лекційних заняттях – Лекція (електронний варіант), пояснення, мозковий штурм, проблемні завдання.

**Перелік лекцій**

*Лекція 1. Границі, частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних.*

- 1.1. Функції багатьох змінних (ФБЗ). Означення, основні поняття.
- 1.2. Границя та неперервність ФБЗ.
- 1.3. Частинні похідні, диференціали.
- 1.4. Повторне диференціювання.

*Лекція 2. Повний диференціал. Диференціали вищих порядків. Похідна складеної функції.*

*Похідна неявно заданої ФБЗ.*

- 2.1. Повний диференціал та його застосування до наближених обчислень.
- 2.2. Диференціали вищих порядків .
- 2.3. Похідна складеної функції.
- 2.4. Похідна неявно заданої ФБЗ.

*Лекція 3. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт*

- 3.1. Дотична площина та нормаль до поверхні.
- 3.2. Скалярне поле.
- 3.3. Похідна за напрямом.
- 3.4. Градієнт.
- 3.5. Формула Тейлора.

*Лекція 4. Екстремуми функції двох змінних. Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних*

- 4.1. Необхідні і достатні умови існування екстремуму функції двох змінних.
- 4.2. Поняття умовного екстремуму. Функція Лагранжа.
- 4.3. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних.

*Лекція 5. Елементи вищої алгебри.*

- 1.1. Комплексні числа.
  - 5.1.1. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
  - 5.1.2. Тригонометрична форма запису комплексних чисел.
  - 5.1.3. Комплексні числа в показниковій формі.
- 5.2. Алгебра многочленів.

*Лекція 6. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл*

- 6.1. Первісна, її властивості.
- 6.2. Невизначений інтеграл, його властивості.
- 6.3. Таблиця основних інтегралів.

*Лекція 7. Основні методи інтегрування невизначеного інтеграла*

- 7.1. Метод заміни змінної.
- 7.2. Підведення під знак диференціала.
- 7.3. Інтегрування частинами .

*Лекція 8. Інтегрування виразів, які залежать від квадратичного тричлена.*

*Інтегрування раціональних функцій*

- 8.1. Інтегрування виразів, які залежать від квадратичного тричлена.
- 8.2. Інтегрування раціональних функцій.
  - 8.2.1. Розклад дробово-раціональної функції на суму елементарних найпростіших раціональних функцій.
  - 8.2.2. Інтегрування елементарних дробів 1-4 типів.

*Лекція 9. Інтегрування раціональних функцій*

- 9.1. Інтегрування раціональних функцій.

9.2. Приклади інтегрувань раціональних дробів.

*Лекція 10. Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка*

10.1. Інтегрування тригонометричних функцій з використанням основних тригонометричних формул.

10.2. Універсальна тригонометрична підстановка.

10.3. Заміна змінної.

*Лекція 11. Інтегрування ірраціональних функцій. Тригонометричні підстановки*

11.1. Інтегрування ірраціональних виразів методом заміни змінної.

11.2. Тригонометричні підстановки.

*Лекція 12. Інтегрування диференціального бінома*

12.1. Теорема Чебишова.

12.2. Інтеграл, які не виражаються в елементарних функціях.

*Лекція 13. Визначений інтеграл*

13.1. Означення, умови існування визначеного інтеграла, геометричний зміст.

13.2. Теорема Ньютона-Лейбніца.

13.3. Властивості визначеного інтеграла.

13.4. Інтеграл із змінною верхньою межею.

*Лекція 14. Обчислення визначеного інтеграла*

14.1. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.

14.2. Метод заміни змінної.

14.3. Обчислення визначених інтегралів по симетричному відрізьку інтегрування від парних і не парних функцій.

*Лекція 15. Невласні інтегралі .*

15.1. Невласні інтегралі 1-го роду.

15.2. Невласні інтегралі 2-го роду.

*Лекція 16. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла*

16.1. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур.

16.2. Довжина дуги кривої.

*Лекція 17. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла*

17.1. Об'єм тіла.

17.2. Площа поверхні обертання.

17.3. Фізичні застосування визначеного інтеграла.

*Лекція 18. Звичайні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку.*

*Задача Коші*

18.1. Основні означення і поняття.

18.2. Теорема існування розв'язку задачі Коші.

18.3. Диференціальні рівняння з відокремленими змінними.

*Лекція 19. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння, які зводяться до однорідних.*

19.1. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку.

19.2. Рівняння, які зводяться до однорідних.

*Лекція 20. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі*

20.1. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.

20.1.1. Метод Ейлера-Бернуллі.

20.1.2. Метод варіації довільної сталої.

20.2. Рівняння Бернуллі.

20.3. Рівняння в повних диференціалах.

*Лекція 21. Диференціальні рівняння вищих порядків. Рівняння, які допускають зниження порядку*

- 21.1. Основні поняття і означення. Задача Коші.
- 21.2. Рівняння, які інтегруються в квадратурах.
- 21.3. Рівняння, які допускають зниження порядку.
- Лекція 22. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків*
- 22.1. Основні поняття і означення.
- 22.2. Лінійний диференціальний оператор та його властивості.
- 22.3. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку (ЛОДР), властивості їх розв'язків.
- 22.4. Вронскіан, його властивості.
- 22.5. Теорема про структуру загального розв'язку однорідного рівняння.
- Лекція 23. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння (ЛНДР) другого порядку*
- 23.1. Структура загального розв'язку неоднорідного рівняння.
- 23.2. Суперпозиція розв'язків.
- 23.3. Метод варіації довільних сталих.
- Лекція 24. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами вищих порядків*
- 24.1. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння.
- 24.2. Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків.
- Лекція 25. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.*
- 25.1. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.
- 25.2. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n-ого порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.
- Лекція 26. Системи лінійних диференціальних рівнянь*
- 26.1. Нормальні системи рівнянь.
- 26.2. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
- Лекція 27. Застосування диференціальних рівнянь*

### ***Перелік (орієнтовно) практичних занять***

- Практичне заняття 1.* Похідні та диференціали функції багатьох змінних. Повторне диференціювання.
- Практичне заняття 2.* Диференціювання складених і неявних функцій багатьох змінних.
- Практичне заняття 3.* Дотична площина і нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт.
- Практичне заняття 4.* Екстремум функції багатьох змінних. Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних.
- Практичне заняття 5.* МККР-1 « Диференціальне числення функції багатьох змінних». Інтегрування за допомогою таблиці інтегралів.
- Практичне заняття 6.* Метод заміни змінної, підведення під знак диференціала.
- Практичне заняття 7.* Інтегрування частинами .
- Практичне заняття 8.* Інтегрування виразів, які містять квадратичні тричлени.
- Практичне заняття 9, 10.* Інтегрування раціональних дробів .
- Практичне заняття 11.* Інтегрування тригонометричних функцій.
- Практичне заняття 12.* Інтегрування ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки.
- Практичне заняття 13.* Теорема Чебишева.

*Практичне заняття 14.* Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі.

*Практичне заняття 15.* Обчислення визначених інтегралів.

*Практичне заняття 16.* Невласні інтеграли першого роду.

*Практичне заняття 17.* Невласні інтеграли другого роду.

*Практичне заняття 18.* Обчислення площі плоскої фігури. Обчислення довжини дуги кривої.

*Практичне заняття 19.* Обчислення об'ємів тіл, площі поверхні обертання.

*Практичне заняття 20.* МККР-2 «Інтегральне числення функції однієї змінної». Диференціальні рівняння першого порядку з відокремленими змінними.

*Практичне заняття 21.* Однорідні диференціальні рівняння і рівняння, які зводяться до однорідних.

*Практичне заняття 22.* Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

*Практичне заняття 23.* Рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.

*Практичне заняття 24.* Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами.

*Практичне заняття 25.* Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами зі спеціальною правою частиною.

*Практичне заняття 26.* Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод Лагранжа.

*Практичне заняття 27.* МККР – 3 за темою «Звичайні диференціальні рівняння». Застосування диференціальних рівнянь.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

**5.2. Технічне забезпечення:** Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

### **6. Самостійна робота студента**

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання домашніх завдань і розрахункової роботи (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

## **Політика та контроль**

### **7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3). Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

### **8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)**

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР.

**Календарний контроль:** провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

**Семестровий контроль:** екзамен.

**Умови допуску до семестрового контролю:** мінімально позитивна оцінка за МКР, зарахування домашньої контрольної роботи, семестровий рейтинг не менше 36 балів.

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

- 1) Вісім відповідей (кожного студента в середньому) на практичних заняттях (за умови, що на одному занятті опитуються 7 студентів при максимальній чисельності

групи 25 осіб –  $\frac{27 \text{ пр.} \times 7 \text{ ст.}}{25 \text{ ст.}} \approx 8 \text{ відп.}$ );

- 2) одну модульну контрольну роботу;
- 3) одну домашню контрольну роботу;
- 4) відповідь на екзамені.

#### Робота на практичних заняттях

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1 бал. Одному або двом кращим студентам на кожному практичному занятті може бути доданий як заохочувальний 1 бал. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 1 бал  $\times$  8 = 8 балів.

#### Підсумковий контроль

Одна модульна контрольна робота (МКР) розбивається на три частини:

МККР-1 «Диференціальне числення функції багатьох змінних»: ваговий бал – 10 балів;

МККР-2 «Інтегральне числення функції однієї змінної»: ваговий бал – 20 балів;

МККР-3 «Звичайні диференціальні рівняння»: ваговий бал – 10 балів.

(Допускається розбиття МККР на декілька тематичних контрольних робіт, які мають такий же сумарний ваговий бал).

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює 40 балів.

#### Домашня контрольна робота

Ваговий бал – 12 балів. Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань.

#### Штрафні та заохочувальні бали за:

- несвоєчасне (пізніше, ніж на тиждень) подання ДКР ..... – 2 бали (за кожний тиждень запізнення);
- невиконання домашніх робіт та самостійної роботи..... – 1 бал (за кожне завдання);
- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка наукових статей та доповідей на математичні науково-практичні конференції; виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля..... + 6 балів.

*Розрахунок шкали (R) рейтингу:*

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_c = 40 + 20 = 60 \text{ балів.}$$



Екзаменаційна складова шкали дорівнює 40% від R, а саме

$$R_E = 40 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу  $R=100$  балів.

Розмір стартової шкали  $R_C = 60$  балів.

Розмір екзаменаційної шкали  $R_E = 40$  балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку «добре» («В» або «С») у системі ECTS у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого ( $R_C$ ), тобто при  $R_C \geq 54$  бали.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

#### 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

#### Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

##### Складено

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, кандидат фізико-математичних наук

Листопадова Валентина Вікторівна

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол №9 від 26.06. 2024р.)

Погоджено Методичною комісією ІХФ (протокол № 11 від 28.06.2024)